$$\begin{cases} K_A + K_B = 4 \\ L_A + L_B = 1 \end{cases}$$

（国家総合職「経済理論」 ）

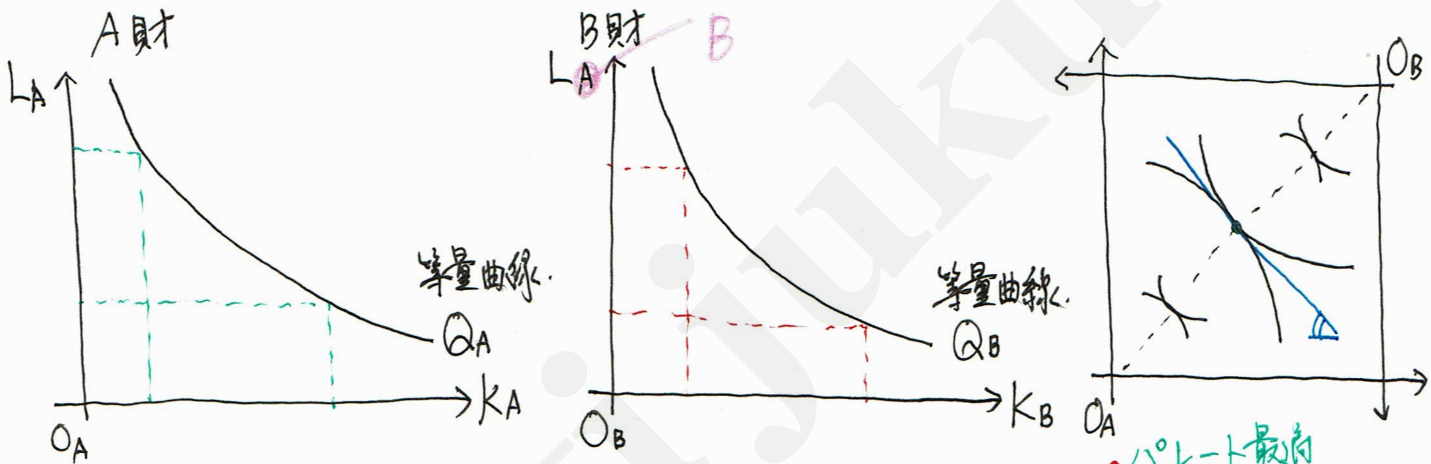
問題 10-05 生産面のパレート最適の計算問題

労働と資本を用いて二つの財（A 財、B 財）が生産される経済を考える。この経済の初期資源保有量は、労働が 1 単位、資本が 4 単位です。i（i = A、B）財生産量を Q_i、その生産に投入される労働量と資本量をそれぞれ L_i、K_i とすると、その生産関数は $Q_i = \sqrt{K_i L_i}$ で表されます。このとき、経済全体で見た生産可能性フロンティアとして正しいのはどれですか。

$Q_A = K_A^{\frac{1}{2}} L_A^{\frac{1}{2}}$

1. $Q_A + Q_B = 2$　**2.** $\sqrt{Q_A + Q_B} = 2$　**3.** $\sqrt{Q_A} + \sqrt{Q_B} = 2$　**4.** $Q_A^2 + Q_B^2 = 2$

（国家総合職　改題）



パレート最適
最大の生産量

① Aの技・限 ＝ Bの技・限

② KとLの数値を代入

③ 生産関数 Q_AとQ_Bの式

限界生産力の比

$Q_A = K_A^{\frac{1}{2}} \boxed{L_A^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \dfrac{\Delta Q_A}{\Delta L_A} = \dfrac{1}{2} K_A^{\frac{1}{2}} L_A^{-\frac{1}{2}}$

$$\text{Aの技・限} = \frac{\dfrac{\Delta Q_A}{\Delta L_A}}{\dfrac{\Delta Q_A}{\Delta K_A}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} K_A^{\frac{1}{2}} L_A^{-\frac{1}{2}}}{\cancel{\frac{1}{2}} K_A^{-\frac{1}{2}} L_A^{\frac{1}{2}}} = K_A L_A^{-1} = \boxed{\frac{K_A}{L_A}}$$

$Q_A = \boxed{K_A^{\frac{1}{2}}} L_A^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \dfrac{\Delta Q_A}{\Delta K_A} = \dfrac{1}{2} K_A^{-\frac{1}{2}} L_A^{\frac{1}{2}}$

$\Downarrow$

$\dfrac{K_A}{L_A}$

$\Downarrow$

Aの技・限　Bの技・限

$$\frac{K_A}{L_A} = \frac{K_B}{L_B}$$

② 初期 $\begin{cases} K_A + K_B = 4 \\ L_A + L_B = 1 \end{cases}$

整理.

$$\begin{cases} K_B = 4 - K_A \\ L_B = 1 - L_A \end{cases}$$

$$\frac{K_B}{L_B} = \frac{4 - K_A}{1 - L_A}$$

$$\| \quad \text{パレート最適}$$

$$\frac{K_A}{L_A} = \frac{4 - K_A}{1 - L_A}$$

$$K_A(1 - L_A) = L_A(4 - K_A)$$

$$K_A - \cancel{K_A L_A} = 4L_A - \cancel{K_A L_A}$$

$$\begin{cases} \boxed{K_A = 4L_A} \\ K_B = 4L_B \end{cases}$$

$\Downarrow$

生産関数にあてはめ

③ $Q_A = K_A^{\frac{1}{2}} L_A^{\frac{1}{2}}$

$$Q_A = (4L_A)^{\frac{1}{2}} L_A^{\frac{1}{2}}$$

$$= 4^{\frac{1}{2}} L_A^{\frac{1}{2}} L_A^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2L_A$$

$$Q_A = 2L_A$$

$$\begin{cases} L_A = \dfrac{Q_A}{2} \\ L_B = \dfrac{Q_B}{2} \end{cases}$$

$\leftarrow$ $L_A + L_B = 1$ より

$$\frac{Q_A}{2} + \frac{Q_B}{2} = 1$$

$$Q_A + Q_B = 2$$