

問題 09-06 労働供給量の計算 (賃金所得税がある場合)

ある消費者の効用関数が $U = X_1 (X_2 - 6)$ (X_1 : 財の消費量、 X_2 : 余暇の消費量 (時間)、 $X_1 > 0$ 、 $X_2 > 6$) で示されるとします。また、当初の予算制約式が、

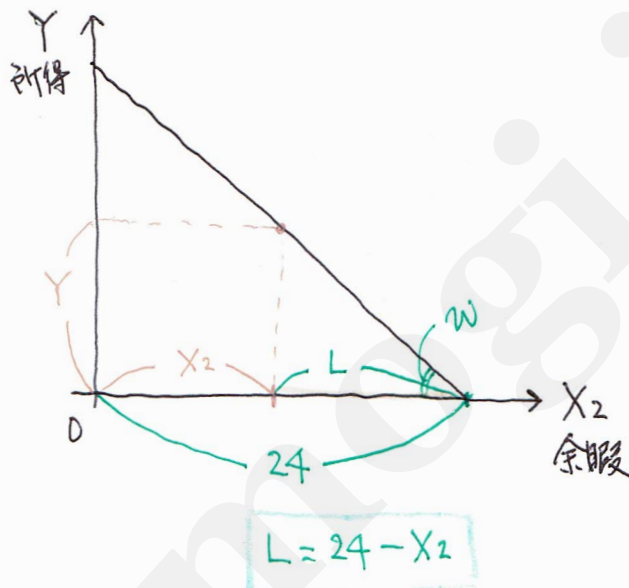
$$wL = PX_1 \quad (w: \text{賃金率、} L: \text{労働供給量 (時間)、} P: \text{財の価格})$$

で示され、 $w = 1$ 、 $P = 1$ 、 $L = 24 - X_2$ とします。この消費者は当初の予算制約の下で最適消費 (効用最大化) を行っています。

いま、この消費者に対し 税率 20% で、所得控除 4 の賃金所得税が課されたとする。このとき、消費者の労働供給量の変化に関する次の記述のうち、妥当なのはどれですか。

1. 労働供給量は 2.5 減少する。
2. 労働供給量は 0.5 減少する。
3. 労働供給量は不変である。
4. 労働供給量は 0.5 増加する。
5. 労働供給量は 2.5 増加する。

(国家総合職 改題)



$$w \cdot L = Y \quad \begin{matrix} \text{所得} & \text{所得} \\ & 0.8wL + 0.8 \end{matrix}$$

$$Y = PX_1$$

$$\boxed{wL = PX_1} \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{Lagrange multiplier} \\ \lambda \end{matrix} \begin{cases} w = 1 & P = 1 \\ L = 24 - X_2 \end{cases}$$

$$w(24 - X_2) = PX_1$$

$$\boxed{24 - X_2 = X_1}$$

効用関数 $U = X_1 (X_2 - 6)$

$$\begin{aligned} U &= (24 - X_2)(X_2 - 6) \\ &= 24X_2 - 144 - X_2^2 + 6X_2 \\ &= -X_2^2 + 30X_2 - 144 \end{aligned}$$

$$U' = 0 \text{ とする}$$

$$U' = -2X_2 + 30 = 0$$

$$X_2 = 15$$

余暇

労働時間

$$24 - 15 = 9 \quad \text{9時間}$$

余暇

税金 T. 控除 4 税率 20%

$$T = 0.2(wL - 4)$$

税引後の所得

$$wL - T = wL - 0.2(wL - 4)$$

$$= 0.8wL + 0.8$$

予算制約式

$$\boxed{0.8wL + 0.8 = PX_1}$$

$$0.8wL + 0.8 = pX_1 \quad \leftarrow \begin{cases} w=1 & p=1 \\ L=24-X_2 \end{cases} \quad \text{代入}$$

$$0.8(24 - X_2) + 0.8 = X_1$$

$$19.2 - 0.8X_2 + 0.8 = X_1$$

$$X_1 = 20 - 0.8X_2$$

效用関数

$$u = X_1(X_2 - 6)$$

$$u = (20 - 0.8X_2)(X_2 - 6)$$

$$20X_2 - 120 - 0.8X_2^2 + 4.8X_2$$

$$-0.8X_2^2 + 24.8X_2 - 120$$

$u' = 0$ とする!

$$-1.6X_2 + 24.8 = 0$$

$$X_2 = 15.5 \quad \begin{array}{l} \text{余暇時間} \\ 15.5 \end{array}$$

労働時間

$$24 - 15.5 = 8.5 \quad (\text{労働時間})$$