

問題

所得のすべてを支出して X 財と Y 財を購入する消費者の効用関数が、 $U = XY$ (U : 効用水準 X : X 財の購入量 Y : Y 財の購入量) で示されます。消費者の所得は 120 であり、当初 X 財と Y 財の価格がそれぞれ 4 と 2 であったとします。

X 財の価格が 4 から 9 に上昇した場合、当初の効用水準を実現するのに必要な最小の所得（補償所得）はいくらになりますか。

1. 150 2. 180 3. 210 4. 240

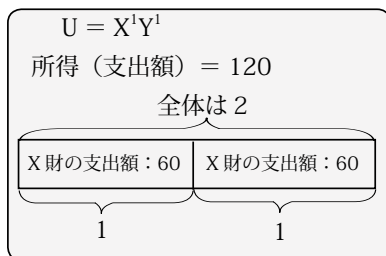
(国税専門官 改題)

動画解説: <https://youtu.be/9HCI5nsPolQ>

加重限界効用均等の法則で求めるケース

プロセス-1 購入量を求めます (裏ワザ)

X 財と Y 財の肩の数字がそれぞれ 1 : 1 なので、所得を 1 : 1 の割合で支出することになります。



X 財の支出額の割合が 1

$$\frac{1}{2} \times 120 \div 4 = 15$$

所得 1 個の価格 X 財の購入量

X 財への支出額

Y 財の支出額の割合が 1

$$\frac{1}{2} \times 120 \div 2 = 30$$

所得 1 個の価格 Y 財の購入量

Y 財への支出額

X 財の購入量は 15、Y 財の購入量は 30 として求められます。

プロセス-2 効用水準を求めます

効用水準は $U = XY$ より、数値を代入して求められます。

$$U = XY$$

$$U = 15 \times 30 = 450 \quad \dots \textcircled{1} \quad (\text{効用水準})$$

プロセス-3 予算制約式を作ります

価格変化によって、X 財の価格が 4 から 9 に上昇した後の予算制約線をつくります。

$$M = 9X + 2Y \quad \dots \textcircled{2}$$

450 という効用水準を維持しながら M (所得) を求めることになりませんが、上記の方程式①、②のみならず、X、Y、M という 3 つの未知数があるため、3 つの方程式が必要になります。

そこで、もう 1 つの方程式を「加重限界効用均等の法則」の式から用意しなければなりません。

情報

試験では、効用水準を求める問題も出題されます。

X 財、Y 財の購入量を求めて、効用関数に代入するだけです。

プロセス-4 ここで公式を用意する。

加重限界効用均等の法則

$$\frac{X \text{ 財の限界効用}}{X \text{ 財の価格}} = \frac{Y \text{ 財の限界効用}}{Y \text{ 財の価格}}$$

$U = XY$ より

X 財の限界効用 (MU_X)

$$= (XY)' = 1 \times X^{1-1} \times Y = 1 \times X^0 \times Y = 1 \times 1 \times Y = Y$$

Y 財の限界効用 (MU_Y)

$$= (XY)' = X \times 1 \times Y^{1-1} = X \times 1 \times Y^0 = X \times 1 \times 1 = X$$

$$\frac{\boxed{Y}}{\textcircled{9}} = \frac{\boxed{X}}{\textcircled{2}}$$

分数の等式はタスキ掛けで一致します。

$$2Y = 9X$$

$$Y = 4.5X \quad \dots \textcircled{3}$$

情報

効用関数が $Y = XY$ での出題可能性が高いので、試験前に X 財、Y 財の限界効用は暗記しておくのも作戦の1つです。

プロセス-5 連立方程式を解く

$$\begin{cases} XY = 450 \quad \dots \textcircled{1} \\ M = 9X + 2Y \quad \dots \textcircled{2} \\ Y = 4.5X \quad \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

まず、③を①に代入します。 $X(4.5X) = 450$ 、 $4.5X^2 = 450$ 、 $X^2 = 100$ 、 $X = 10$ となり①に代入して $Y = 45$ 。

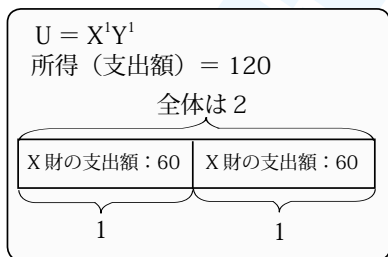
$X = 10$ と $Y = 45$ を②に代入して、

$M = 9 \times 10 + 2 \times 45 = 180$ 、正解は 2 になります。

「裏ワザ」だけで求めるケース

プロセス-1 購入量を求めます（裏ワザ）

X財とY財の肩の数字がそれぞれ1：1なので、所得を1：1の割合で支出することになります。



X財の支出額の割合が1

$$\frac{1}{2} \times 120 \div 4 = 15$$

所得 1個の価格 X財の購入量
 X財への支出額

Y財の支出額の割合が1

$$\frac{1}{2} \times 120 \div 2 = 30$$

所得 1個の価格 Y財の購入量
 Y財への支出額

X財の購入量は15、Y財の購入量は30として求められます。

プロセス-2 効用水準を求めます

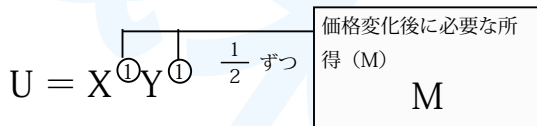
効用水準は $U = XY$ より、数値を代入して求められます。

$$U = XY$$

$$U = 15 \times 30 = 450 \quad \dots \textcircled{1} \quad (\text{効用水準})$$

プロセス-3 価格変化後の状況把握（裏ワザ）

解答すべき価格変化後に必要な所得をMとした場合、やはりそれも1：1の比率でX財とY財に支出されることになります。つまり、Mの $\frac{1}{2}$ ずつということです。



X財の支出額の割合が1

$$X = \frac{1}{2} \times M \div 9 = \frac{M}{9}$$

所得 変化後の価格 X財の購入量
 X財への支出額

Y財の支出額の割合が1

$$Y = \frac{1}{2} \times M \div 2 = \frac{M}{2}$$

所得 1個の価格 Y財の購入量
 Y財への支出額

$$X = \frac{\frac{M}{2}}{9} = \frac{M}{18}$$

$$Y = \frac{\frac{M}{2}}{2} = \frac{M}{4}$$

X財の購入量、Y財の購入量はこのように求められます。



プロセス-4 効用水準450にあてはめます

当初の効用水準は $U = XY = 450$ より、数値を代入して求められます。

$$\frac{M}{18} \times \frac{M}{4} = 450$$

$$\frac{M^2}{72} = 450$$

$$M^2 = 32400$$

$$M = 180$$

所得水準は 180 であり、正解は 2 です。

茂木経済塾

茂木経済塾