

(総合職「経済理論」第8回)

問題 23-16 新古典派成長論における黄金律

経済成長のモデルにおいて、生産関数が、

$Y(t) = \sqrt{K(t)} \times \sqrt{L(t)}$  ( $Y(t)$ :  $t$ 期の生産量、 $K(t)$ :  $t$ 期の資本量、 $L(t)$ :  $t$ 期の労働人口) と示されています。所得 (= 生産量) の一定割合は消費に回り、消費されなかったものはすべて貯蓄されます。資本減耗はなく、投資は貯蓄と一致するように実行され資本量の増分に等しくなります。一方、労働人口の成長率は2%です。

この経済で、適当な貯蓄を実現することにより1人あたりの消費が最大となるような定常状態を達成する場合、そのときの貯蓄率と1人あたりの消費の組み合わせとして正しいものはどれですか。

	貯蓄率	1人あたりの消費
1.	0.25	12.0
2.	0.25	12.5
3.	0.50	12.0
4.	0.50	12.5
5.	0.75	13.0

(国家総合職 改題)

- 消費を最大にするような成長率を「黄金律」の成長と呼びます。
- 経済成長が高ければ、1人あたりの消費が大きくなるわけではありません。
- 黄金律の成長が実現するかどうかは貯蓄率に依存します。

定常状態

$$\frac{s \cdot f(k)}{k} = n \quad \left( \begin{array}{l} s: \text{貯蓄率} \\ f(k): \frac{Y}{L} \\ k: \frac{K}{L} \end{array} \right)$$

---① リソク先へ

$f(k)$ を求めます。これは  $\frac{Y}{L}$  なので

$$Y = \sqrt{K} \sqrt{L}$$

$$Y = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} \text{とします}$$

$$\frac{Y}{L} = K^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} L^{-1}$$

$$= K^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \left( \frac{K}{L} \right)^{\frac{1}{2}} = k^{\frac{1}{2}}$$

これを①に代入します。

$$\frac{s \cdot f(k)}{k} = n \quad (\text{定常状態})$$

$$\frac{s \cdot k^{\frac{1}{2}}}{k} = n$$

$s \cdot k^{\frac{1}{2}} = n k$  となり、両辺を2乗します。

$$s^2 \cdot k = n^2 k^2$$

$$s^2 = n^2 k$$

$$k = \left( \frac{s}{n} \right)^2 \text{ または } k^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{s}{n} \right)$$

としておきます。

一人あたりの消費が最大  
黄金律  $\Rightarrow$  消費の最大化

一人あたりの消費

$$\begin{aligned}c &= (1-s) \cdot \frac{Y}{L} \\ &= (1-s) \cdot f(k) \\ &= (1-s) \cdot k^{\frac{1}{2}} \\ &= (1-s) \cdot \left(\frac{s}{n}\right)\end{aligned}$$

最適の貯蓄率 = 微分して 0

$$\left(\frac{s - s^2}{n}\right)' = 0$$

$$\frac{1 - 2s}{n} = 0$$

$$1 - 2s = 0$$

$$s = 0.5$$

上式に代入

$$(1 - 0.5) \cdot \frac{0.5}{0.02} = 12.5$$

正答は 4 ですよ。

その他の考え方

<技>-1

一人あたりの消費は

実質賃金 = 労働の限界生産力に等しい。

この考え方を  
使っても解くことが  
できます。

労働の限界生産力

$$\frac{\Delta Y}{\Delta L} = \left(k^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2} \left(\frac{k}{L}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} k^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{s}{n}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0.5}{0.02}\right) = 12.5$$

<技>-2

資本蓄積の黄金律

資本の限界生産力 = 自然成長率 (n)

この考え方も使って解く  
問題もありません。