

(総合職「経済理論」第46回)

問題 2019-1 異時点間消費理論の最適貯蓄計算 (第2期に生産を行うケース)

ある家計が2期間存在する場合を考えます。財は1種類のみで、第1期にそのまま消費することも、貯蓄して第2期に生産資本として投入して、生産後に消費することも可能です。第1期の消費を C_1 、第2期の消費を C_2 としたとき、家計の生涯効用 U は、

$$U(X, Y) = C_1 + \frac{3}{4} C_2$$

で示されるとします。

この家計は第1期のみ10単位の財を得て、第1期に財を消費するとともに、第2期に向けて貯蓄 S も行うことができます ($C_1 + S = 10$)。

また、第2期には、第1期の貯蓄 S をすべて投入して生産を行うことにし、生産した財は第2期にこの家計がすべて消費するものとします。生産関数 F は、

$$F(a) = 4a^{\frac{1}{2}}$$

で示されます。

この家計が生涯効用を最大にするような各機関の消費を決定する場合、第1期における貯蓄 S はいくらになりますか。

1. 2.25 2. 3.00 3. 3.50 4. 4.75 5. 5.00

予算制約式

$$C_1 + S = 10$$

$$C_1 + \frac{C_2^2}{16} = 10$$

$$F(a) = 4a^{\frac{1}{2}}$$

$$4S^{\frac{1}{2}} = C_2$$

$$16S = C_2^2$$

$$S = \frac{C_2^2}{16}$$

$$C_1 = 10 - \frac{C_2^2}{16}$$

$$U = C_1 + \frac{3}{4} C_2$$

$$U = 10 - \frac{C_2^2}{16} + \frac{3}{4} C_2 = -\frac{1}{16} C_2^2 + \frac{3}{4} C_2 + 10$$

$$U' = 0 \text{ とおく. } U' = -\frac{1}{8} C_2 + \frac{3}{4} = 0 \quad C_2 = 6$$

$$C_1 = 10 - \frac{C_2^2}{16} \quad C_2 = 6 \text{ 代入 } C_1 = 7.75$$

$$C_1 + S = 10 \quad C_1 = 7.75 \text{ 代入 } S = 2.25$$