

(マクロ経済学追加問題 22回)

問題 13-3 定常状態における消費最大の貯蓄率

ある国のマクロ生産関数が、

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad (Y: \text{名目GDP}, K: \text{資本ストック量}, L: \text{年間労働時間})$$

で表され、この国の賃金率は労働の限界生産力に等しく決定されます。

ある年の名目GDPは1億ドル、労働1時間当たりの賃金は100ドル、総労働時間は75万時間であった。また、この国の資本率は2.5%で償却され、総労働時間は年率2%で増加します。技術進歩はないとすれば、この国において一人あたりの消費が最大となる定常状態を実現するための必要な(1)貯蓄率とそのときの(2)資本係数の値の組み合わせとして妥当なものはどれですか。

- | | (1) 貯蓄率 | (2) 資本係数 |
|----|---------|----------------|
| 1. | 0.75 | $\frac{50}{9}$ |
| 2. | 0.75 | $\frac{9}{50}$ |
| 3. | 0.25 | $\frac{50}{9}$ |
| 4. | 0.25 | $\frac{9}{50}$ |
| 5. | 0.025 | $\frac{50}{9}$ |

$\delta = 0.025$
 $n = 0.02$

(国家I種 改題)

GDPが1億ドル

労働: 賃金総額 = 100ドル × 75万時間 = 7500万ドル

$1-\alpha$ ← 労働分配率 = $\frac{\text{賃金総額 } 7500\text{万ドル}}{\text{GDP } 1\text{億ドル}} = 0.75$

$$Y = K^{0.25} L^{0.75}$$

①理論

$G_w = G_n$ ※リンク先

$$\frac{s \cdot y}{k} - \delta = n$$

\uparrow \uparrow
0.025 0.02

$$\frac{s \cdot y}{k} - 0.025 = 0.02$$

$$\frac{s \cdot y}{k} = 0.045$$

$$s \cdot y = 0.045k \dots \textcircled{1}$$

②現実 ※リンク先

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{K^{0.25} L^{0.75}}{L}$$

$$= K^{0.25} L^{0.75-1}$$

$$= K^{0.25} L^{-0.25}$$

$$= \left(\frac{k}{L}\right)^{0.25}$$

$$y = k^{0.25} \dots \textcircled{2}$$

③一人あたりの消費

$$c = (1-s)y$$

$$= y - sy$$

$$c = k^{0.25} - 0.045k$$

cを微分して0とおく ⇒ 最大

$$c' = 0.25k^{-0.75} - 0.045$$

$$0.25k^{-0.75} = 0.045$$

$$k^{-0.75} = 0.18 = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

$$k^{0.75} = \frac{50}{9}$$

$$(2) \text{ 资本系数} = \frac{K}{Y} = \frac{\frac{K}{L} \cdot L}{\frac{Y}{L} \cdot L} = \frac{k}{y} = \frac{k}{k^{0.25}} = k^{1-0.25} = k^{0.75} = \frac{50}{9}$$

$$(1) \text{ 储蓄率} \Rightarrow s \cdot y = 0.045k$$

$$s = 0.045 \frac{k}{y} = 0.045 \times \frac{50}{9} = 0.25$$