

(総合職「経済理論」第23回)

問題 14-3 長期費用曲線の導出

ある企業は労働と資本からY財を生産し、その生産関数が次のように表されています。

$$Y = 4K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} \quad (Y: Y財の生産量, K: 資本の投入量, L: 労働の投入量)$$

また、賃金率が10、資本のレンタルが20であるとします。

このときの企業の長期費用関数(TC)はどれになりますか。

1. $TC = \frac{5}{2}Y^2 + 2\sqrt{2}Y$
2. $TC = \sqrt{2}Y^2 + 2Y$
3. $TC = 5\sqrt{2}Y$
4. $TC = \sqrt{2}Y$

(国家I種 改題)

$$\begin{cases} Y = 4K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}} \\ TC = 10L + 20K \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Y^2 = 16KL \\ L = \frac{Y^2}{16K} \end{cases}$$

$$TC = 10\left(\frac{Y^2}{16K}\right) + 20K$$

$$= \frac{5Y^2}{8K} + 20K$$

$$TC = \frac{5Y^2}{8K} + 20K$$
⇒ Kで微分して 0とおく ⇒ 最小

$$TC' \Rightarrow -1 \times \frac{5Y^2}{8K^2} + 20 = 0$$

$$\frac{5Y^2}{8K^2} = 20 \Rightarrow K = \sim$$

$$5Y^2 = 160K^2$$

$$Y^2 = 32K^2$$

$$K^2 = \frac{1}{32}Y^2 \Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$K = \frac{1}{\sqrt{32}}Y$$

$$K = \frac{\sqrt{2}}{8}Y$$

$$TC = \frac{5Y^2}{8K} + 20K$$

$$= \frac{5Y^2}{8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{8}Y} + 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{8}Y$$

$$= \frac{5Y^2}{\sqrt{2}Y} + \frac{5\sqrt{2}Y}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}Y^2}{2Y} + \frac{5\sqrt{2}Y}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}Y}{2} + \frac{5\sqrt{2}Y}{2} = 5\sqrt{2}Y$$